

## 基于变分模型的块压缩感知重构算法

陈建, 苏凯雄, 杨秀芝, 郑明魁, 林丽群

(福州大学物理与信息工程学院, 福建 福州 350116)

**摘要:** 为了提高现有块压缩感知重构算法的性能, 提出了基于全变分和混合变分模型的块压缩感知(简称 BCS-TV 和 BCS-MV)算法。该方法以块为单位进行图像采样, 以自然图像正则项的稀疏性为先验条件, 通过变型的增广拉格朗日交替方向乘法(ADM-ADMM), 在整幅图像范围内逼近目标函数来重构原始图像。与以前基于一致性块采样的压缩感知工作对比, 该算法的 PSNR 约提高 1.5 dB, SSIM 约提高 0.05, 运行速度较稳定, 特别适合具有固定传输时延的多媒体数据处理场合。

**关键词:** 全变分; 图像重构; 块压缩感知; 交替方向乘法

**中图分类号:** TN911.73

**文献标识码:** A

## Reconstruction algorithm for block compressed sensing based on variation model

CHEN Jian, SU Kai-xiong, YANG Xiu-zhi, ZHENG Ming-kui, LIN Li-qun

(College of Physics and Information Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China)

**Abstract:** The algorithms for block compressed sensing based on total variation and mixed variation (abbreviated as BCS-TV and BCS-MV) models were proposed to improve the performance of current reconstruction algorithms for the block-based compressed sensing. In the measuring phase, an image was sampled block-by-block. In the recovering period, it took the sparse regularization of the natural image as a priori knowledge, and approached the target function within the whole image through the modified augmented Lagrange method and alternating direction method of multipliers (ADM-ADMM). The method proposed achieves average PSNR gain of 1.5 dB and SSIM gain of 0.05 at a more stable running speed, over the previous uniformly block-based compressed sensing. It is particularly suitable for the applications of the multimedia data processing with fixed transmission delay.

**Key words:** total variation, image reconstruction, block compressed sensing, alternating direction method of multipliers

### 1 引言

压缩感知(CS)理论<sup>[1-3]</sup>表明, 只要信号在某个变换域具有稀疏性, 就能利用一个与变换基不相干的观测矩阵, 将原始高维信号投影到一个低维空间上。利用这些少量的观测值, 即可实现信号的精确重构。但对于大尺寸的数据(如图像、视频), 直接的压缩采样所需的存储空间巨大, 且复杂度很高。

为了降低图像的采样代价, 文献[4~10]研究了自然图像的块压缩感知(BCS)。在测量方法上, Lu 和 Thong 等<sup>[4,5]</sup>提出了基于块对角结构的随机矩阵和结构化随机矩阵(SRM), 但理论依据欠缺, 且重构质量有待于提高。此后, Thong 和 Armin 等<sup>[8,9]</sup>分别探讨了这 2 类矩阵的受限等距性质(RIP), 为 BCS 测量方法提供了理论依据。另一方面, 为了提高该测量方案的重构效率, Fowler 等<sup>[6,7]</sup>结合平滑投

收稿日期: 2014-12-23; 修回日期: 2015-05-11

通信作者: 苏凯雄, skx@fzu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No.61471124, No.61571129); 福建省自然科学基金资助项目(No.2013J01234, No.2014J01234, No.2015J01251); 福建省科技重大专项基金资助项目(No.2014HZ0003-3); 福建省教育厅基金资助项目(No.JA14065)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China(No.61471124, No.61571129), The Natural Science Foundation of Fujian Province(No.2013J01234, No.2014J01234, No.2015J01251), The Major Technology Project of Fujian Province(No.2014HZ0003-3), The Education Department Project of Fujian Province(No.JA14065)

影算法和方向性小波变换，提出了基于块压缩感知的平滑投影兰德韦伯重构 (BCS-SPL, block compressed sensing and smoothed projected landweber reconstruction) 算法，并将其应用到视频压缩和多视点编码中。为了降低块效应，BCS-SPL 在每次迭代时都使用维纳滤波器进行图像平滑，但该步骤会模糊图像的边缘。为了保持图像的边缘像素，文献[10]将图像分解为高低频 2 个分量分别处理，并添加了锐化空域滤波器和高斯平滑滤波器，虽然有效提高了重构质量，但也增加了重构复杂度。

针对现有块压缩感知重构算法 (BCS-SPL) 的滤波步骤未考虑图像自身特点，以及重构复杂度较高的问题，本文将具有良好边缘特性和去噪性能的高效全变分模型引入到块压缩感知重构中，以求能够在较低复杂度的条件下，高保真地重建自然图像。为了提高该重构算法的通用性，进而将该模型推广到可容纳多种稀疏正则项的混合变分模型，以适用于更多类型的图像。

## 2 相关理论

### 2.1 压缩感知

根据 CS 理论<sup>[1-3]</sup>，在变换域具有稀疏性的信号 ( $U$ )，可通过一组与变换基 ( $A$ ) 不相干的测量向量  $A$ ，投影得到测量值  $F$ ，即

$$F = AU \quad \text{s.t.} \quad U = ? s \quad (1)$$

其中，原始信号  $U$  的尺寸为  $N \times 1$ ， $s$  为  $?$  域的稀疏系数， $F$  是  $M \times 1$  的测量值， $A$  是  $M \times N$  的测量矩阵 ( $M \ll N$ )。常用的测量矩阵有 Gaussian 矩阵、Bernoulli 矩阵等。

信号重构问题即求解式 (1) 中的  $U$ 。由于  $M$  远小于  $N$ ，故是一个病态方程求解问题。可以通过式 (2) 先求出稀疏系数  $s$ ，即求解  $l_p$  最小范数下带约束的优化问题

$$\min_s \|s\|_p \quad \text{s.t.} \quad F = A?s \quad (2)$$

最后由式 (1) 的约束条件  $U=?s$  恢复出原始信号。目前主流的压缩感知重构算法主要有凸优化、迭代阈值以及贪婪法算法<sup>[11]</sup>。其中，凸优化算法中的 TV (全变分)<sup>[12,13]</sup> 不仅能够保持良好的边缘特性，而且具有较好的去噪性能，因此备受关注。

### 2.2 块压缩感知

为了减轻计算量和存储器负担，一些学者将基于块的测量方案<sup>[4]</sup>引入压缩感知中。块压缩感知将

每幅图像分为  $N_B$  个非重叠的块  $u_j$  (尺寸为  $B \times B$ ， $j$  为块序号)，并通过合适的矩阵  $A_B$  (尺寸为  $M_B \times B^2$ ) 进行测量，得到

$$f_j = A_B u_j, \quad u_j \in R^{B^2}, f_j \in R^{M_B}, A_B \in R^{M_B \times B^2} \quad (3)$$

将式 (3) 的块压缩感知应用于整帧图像等效于按照式 (1) 进行压缩感知，仅需满足  $A$  为块对角矩阵，即

$$A = \begin{bmatrix} A_B & 0 & L & 0 \\ 0 & A_B & L & 0 \\ M & & O & M \\ 0 & L & 0 & A_B \end{bmatrix} \quad (4)$$

当稀疏基也具有类似的块结构时，解码端可以按块重构，如 BCS-SPL-DCT。由于基于块的重构存在块效应现象，基于式 (2) 的帧重构方法优于块重构，如基于 DWT (离散小波变换), DDWT (离散双树小波变换) 和 CT (轮廓波变换) 的 BCS-SPL 算法<sup>[6,7]</sup>。

### 2.3 高效全变分重构算法

TVAL3<sup>[12,13]</sup> 是一种基于增广拉格朗日交替方向乘法 (ALM-ADMM) 的 TV 改进算法，不仅重构质量好，而且收敛速度很快。TVAL3 在 TV 模型基础上引入变量  $W$ ，并增加一个约束项  $W=DU$ ，表示图像  $U$  的离散梯度，其正则化模型可表示为

$$\min_{U,W} \|W\| \quad \text{s.t.} \quad AU = F, W = DU \quad (5)$$

相应的增广拉格朗日问题为

$$L_A(U, W, I) = -I_U^T (AU - F) + \frac{b_U}{2} \|AU - F\|_2^2 + \|W\| - I_W^T (DU - W) + \frac{b_W}{2} \|DU - W\|_2^2 \quad (6)$$

其中， $?_U$  和  $?_W$  是拉格朗日乘子  $?$  的 2 个分量， $\beta_U$  和  $\beta_W$  是惩罚参数。重构过程采用交替方向算法分别求解  $U$  和  $W$  子问题，以及更新拉格朗日乘子，第  $k+1$  次迭代为

$$U^{k+1} = \arg \min_U - (I_U^k)^T (AU - F) + \frac{b_U^k}{2} \|AU - F\|_2^2 - (I_W^k)^T (DU - W^k) + \frac{b_W^k}{2} \|DU - W^k\|_2^2 \quad (7)$$

$$W^{k+1} = \arg \min_W \|W\| - (I_W^k)^T (DU^{k+1} - W) + \frac{b_W^k}{2} \|DU^{k+1} - W\|_2^2 \quad (8)$$

$$l_U^{k+1} = l_U^k - b_U^k (AU^{k+1} - F) \quad (9)$$

$$l_W^{k+1} = l_W^k - b_W^k (DU^{k+1} - W^{k+1}) \quad (10)$$

此外,为了保证重构精度,由小到大更新惩罚参数,其中  $\rho$  为比例系数。

$$b_U^{k+1} = \rho b_U^k \quad (11)$$

$$b_W^{k+1} = \rho b_W^k \quad (12)$$

### 2.4 混合变分不等式框架

TV 模型实际上是受线性约束的可分离的凸优化问题式 (13) [14] 的一个特例

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^q q_i(x_i) \mid \sum_{i=1}^q a_i x_i = b; x_i \in X_i, i=1,2,\dots,q \right\} \quad (13)$$

其中,  $q$  表示可分离的函数数目,  $q_i: R^{n_i} \rightarrow R$  是一个闭凸函数,但不一定是光滑函数,  $a_i \in R^{l \times n_i}$ ,  $X_i \subseteq R^{n_i}$  是非空的闭凸集合;  $b \in R^l$ ,  $\sum_{i=1}^q n_i = n$ 。

He 等 [14-16] 提出了针对该问题的混合变分不等式 (MVI) 统一框架,其标准形式为

$$q(x) - q(x^*) + (\rho - \rho^*)^T G(\rho^*) \leq 0, \forall \rho, \rho^* \in \Omega \quad (14)$$

其中,  $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_q \end{pmatrix}$ ,  $\rho = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_q \\ l \end{pmatrix}$ ,  $q(x) = \sum_{i=1}^q q_i(x_i)$ ,

$$G(\rho) = \begin{pmatrix} -a_1^T l \\ \vdots \\ -a_q^T l \\ \sum_{i=1}^q a_i x_i - b \end{pmatrix}, \text{ 且 } \Omega = X_1 \times \dots \times X_q \times R^l.$$

求解式 (14) 的分裂算法详见文献 [14-17], 而 ALM-ADMM 则是该算法在  $q=2$  时的一个特例。文献 [14,17] 证明了基于 MVI 统一框架的重构算法的最差收敛速率为  $O\left(\frac{1}{k}\right)$ 。这为全变分模型能够进一步推广为混合变分模型,以及具有稳定的重构速率提供了理论依据。

## 3 块压缩感知变分重构算法

为了在低复杂度和稳定速率条件下高效地重构图像,本文在块压缩感知的重构中引入全变分 (TV) 及混合变分 (MV) 模型,利用整幅图像正则项的稀疏先验知识,提出 BCS-TV 和 BCS-MV 的测量及重构方法。下面分别阐述其基本流程、重构

模型、算法及性能分析。

### 3.1 基本流程

#### 1) 分块排列

先将图像  $U$  分为  $N_B$  个非重叠的块 (每块尺寸为  $m \times n$ ), 然后采用一个合适的扫描方式将每个图像块转化为  $mn$  维的列矢量  $u_j (j=1,2,\dots,N_B)$

$$U_p = PU$$

其中,  $U_p = [u_1, \dots, u_{N_B}]$ ,  $P$  代表分块排列操作符。

#### 2) 按块测量

通过测量矩阵  $A_B$  (尺寸为  $M_B \times mn$ ) 分别对每个图像块列矢量进行测量, 得到  $N_B$  列观测值  $f_j (j=1,2,\dots,N_B)$

$$f_j = A_B u_j$$

$N_B$  列  $f_j$  组合成观测值矩阵  $F=[f_1, \dots, f_{N_B}]$ , 等效于对  $U_p$  进行测量, 即

$$F = AU_p$$

#### 3) 按帧重构

以整幅图像梯度模的稀疏性为先验知识, 由  $F$  和  $A$  重构出图像块列矢量空间

$$U_p = \text{convex\_rec}(F, A)$$

#### 4) 反扫描和整合

对恢复的每个图像块列矢量进行反扫描, 并整合成完整的重构图像

$$U = P^{-1}U_p$$

其中,  $P^{-1}$  代表分块排列逆过程。

### 3.2 重构模型

当图像相邻点像素值差异较大时会产生较大的梯度值, 由于大多数自然图像具有分段光滑 [2,7] 的特性, 因此其梯度模具有良好的稀疏性, 结合测量操作和分块排列的约束条件, 可构造块压缩感知重构的正则化模型

$$\begin{aligned} & \min_{U_p, U, W} \|W\| \\ & \text{s.t. } U_p = PU, AU_p = F, W = DU \end{aligned} \quad (15)$$

其中, 参数定义同前文所述, 对应的增广拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L_A(U_p, U, W, l) = & -l^T (AU_p - F) + \frac{b_U}{2} \|AU_p - F\|^2 + \\ & \|W\| - l^T (DU - W) + \frac{b_W}{2} \|DU - W\|^2 \end{aligned} \quad (16)$$

最小化  $L_A(U_p, U, W, ?)$  问题可以分解为如下

4 个子问题。

1)  $U_p$  子问题

$$U_p^{k+1} = \arg \min_{U_p} - (l_U^k)^T (AU_p - F) + \frac{b_U^k}{2} \|AU_p - F\|_2^2 - (l_W^k)^T (DP^{-1}U_p - W^k) + \frac{b_W^k}{2} \|DP^{-1}U_p - W^k\|_2^2 \quad (17)$$

2)  $U$  子问题

$$U^{k+1} = P^{-1}U_p^{k+1} \quad (18)$$

3)  $W$  子问题

$$W^{k+1} = \arg \min_W \|W\| - (l_W^k)^T (DU^{k+1} - W) + \frac{b_W^k}{2} \|DU^{k+1} - W\|_2^2 \quad (19)$$

4) ? 子问题

$$l_U^{k+1} = l_U^k - b_U^k (AU_p^{k+1} - F) \quad (20)$$

$$l_W^{k+1} = l_W^k - b_W^k (DU^{k+1} - W^{k+1}) \quad (21)$$

需要说明的是,式(16)和式(17)中的  $AU_p - F$  为重构误差,  $W$  表示整幅图像的离散梯度,根据自然图像的梯度稀疏特性,  $W$  的非零值个数很少。寻求同时满足重构误差最小和全局离散梯度最小的解  $U$ , 即是所求重构图像。

### 3.3 重构算法

BCS-TV 沿用 TVAL3 中分别采用一步最速下降法和类收缩法求解  $U_p$  和  $W$  子问题, 仅增加计算量很小的  $U$  和  $U_p$  的转换操作。

具体的重构算法如下。

算法 1 Function BCS-TV

输入值:  $F, A$

输出值:  $U$

迭代过程:

while (不满足外循环截止条件)

while (不满足内循环截止条件)

第  $k+1$  次迭代:

1)  $U_p$  子问题

计算  $L_A$  关于  $U_p$  的次梯度  $g^k$

计算 BB 步长  $a^k$

$$a^k = \frac{(U_p^k - U_p^{k-1})^T (U_p^k - U_p^{k-1})}{(U_p^k - U_p^{k-1})^T (g^k - g^{k-1})}$$

验证和更新步长  $a^{k+\frac{1}{2}} = r a^k, r \in (0,1]$

$$U_p^{k+1} = U_p^k - a^{k+\frac{1}{2}} g^k$$

2)  $U$  子问题: 式(18)

3)  $W$  子问题:

$$W^{k+1} = \max \left( \left\| DU^{k+1} - \frac{l_W^k}{b_W^k} \right\| - \frac{1}{b_W^k}, 0 \right) \text{sgn} \left( DU^{k+1} - \frac{l_W^k}{b_W^k} \right)$$

4) ? 子问题: 式(20)、式(21)

内循环结束

更新惩罚参数: 式(11)、式(12)

外循环结束

当然,这种 BCS-TV 算法很容易推广到含多个正则目标的混合变分模型,只需将式(15)中的  $W$  和  $D$  扩展为多个分量。

比如增加一个表示小波域稀疏性的正则项,则式(15)扩展为

$$\min_{U_p, W, Z} t_w \|W\| + t_z \|Z\| \quad \text{s.t.} \quad AU_p = F, U_p = PU, W = D_w U, Z = D_z U \quad (22)$$

其中,  $D_w$  和  $D_z$  分别表示求梯度和小波变换,  $t_w$  和  $t_z$  分别表示这 2 个正则项的权重系数,对应的重构算法扩展为算法 2。

算法 2 Function BCS-MV

输入值:  $F, A$

输出值:  $U$

迭代过程:

while (不满足外循环截止条件)

while (不满足内循环截止条件)

第  $k+1$  次迭代:

1)  $U_p$  子问题

类似算法 1 的第 1 步

2)  $U$  子问题: 式(18)

3)  $W$  子问题

$$W^{k+1} = \max \left( \left\| D_w U^{k+1} - \frac{l_W^k}{b_W^k} \right\| - \frac{t_w}{b_W^k}, 0 \right) \text{sgn} \left( D_w U^{k+1} - \frac{l_W^k}{b_W^k} \right)$$

4)  $Z$  子问题

$$Z^{k+1} = \max \left( \left\| D_z U^{k+1} - \frac{l_Z^k}{b_Z^k} \right\| - \frac{t_z}{b_Z^k}, 0 \right) \text{sgn} \left( D_z U^{k+1} - \frac{l_Z^k}{b_Z^k} \right)$$

5) ? 子问题: 式(20)、式(21)

$$l_Z^{k+1} = l_Z^k - b_Z^k (DU^{k+1} - W^{k+1})$$

内循环结束

更新惩罚参数: 式(11)、式(12)

$$b_z^{k+1} = hb_z^k$$

外循环结束

实际上, BCS-MV 是 BCS-TV 的分量扩展, BCS-TV 则是 BCS-MV 的一个特例。

### 3.4 性能分析

本节以 BCS-SPL-DCT、BCS-SPL-DWT、BCS-SPL-DDWT 和 BCS-SPL-CT<sup>[6,7]</sup>为参照,分析 BCS-TV 和 BCS-MV 的性能。由于上述算法均是采用一致性的分块采样,故采样复杂度相同,均为  $O\left(\frac{MN}{N_b}\right)$ ,大大低于不分块直接采样方式的  $O(MN)$ 。

6 种算法的主要区别在于重构。在测量方式相同的情况下,图像的变换系数越稀疏,重构质量就越高。BCS-SPL 每轮迭代过程都要进行一次像素域的维纳滤波和变换域的阈值收缩,兼顾了图像的分段平滑特征和变换域稀疏性。其中,BCS-SPL-DCT 重构过程中针对图像块进行稀疏变换,因而重构图像存在块效应,需要滤波消除。而其他 3 种 BCS-SPL 重构过程中都是针对整幅图像做稀疏变换,重构质量优于 BCS-SPL-DCT,又由于图像在 DDWT 和 CT 域的能量比 DWT 域更集中,即更稀疏,因而 BCS-SPL-DDWT 和 BCS-SPL-CT 的重构质量更好。但是前 4 种算法的维纳滤波环节没有考虑图像自身信息,统一采用一个  $3 \times 3$  的滤波模板,可能会造成图像的过渡平滑,从而影响图像恢复质量。BCS-TV 每次迭代都交替地逼近关于误差和梯度的增广拉格朗日函数的最小值,而梯度最小化反映在重构图像上自然就会具有分段平滑特征。此外,梯度变换系数近似图像边界,TV 域的稀疏性与 CT 域相当,因而在梯度域具有良好的稀疏性。然而对于纹理图像,TV 域的稀疏性欠佳,DWT、CT 和 DDWT 域稍好。BCS-MV 则在 BCS-TV 基础上添加了诸如小波约束的正则项,适用于具有光滑和纹理特征的图像。

在重构复杂度上,BCS-SPL 每轮迭代需要进行一次维纳滤波 (fil), 2 次递归投影 (pro)、2 次变换 (dct、dwt、ddwt 和 ct 分别运行一次正变换和一次反变换,计算量相当) 若干次图像分块重排和逆过程 (rank,正反排列重组计算量相当),以及针对不同变换系数的阈值收缩 (shr)。前 4 种算法的主要计算量在于变换和阈值收缩部分,ddwt 最复杂,dct 最简单,dwt 和 ct 居中。而

BCS-TV 和 BCS-MV 则包含  $U_p$  子问题的一步最速下降 (osd),  $U$  子问题的块排序变换 (rank),  $W$  和  $Z$  子问题的类收缩 (shr\_like\_w 和 shr\_like\_z), 以及若干  $\lambda$ (lam)和  $\beta$ (beta)分量的更新等步骤。上述步骤都有显式求解,可以折合成有限个标量或矢量的乘法和加法。其主要运算量在  $U_p$ 、 $W$  及  $Z$  子问题,BCS-TV 在这 2 步中包含多次采用矢量减法的梯度变换和反变换,计算复杂度比需采用矢量乘法的 dct 更低,BCS-MV 由于需要多计算 dwt 的正反变换,故计算复杂度居中。

根据上述分析,表 1 和表 2 归纳了影响参考算法和本文算法的重构质量和复杂度的要素。

表 1 重构质量要素对比

BCS 重构	模式	分段平滑特性	变换域稀疏性
SPL-DCT	块	维纳滤波	DCT 域
SPL-DWT	帧	维纳滤波	DWT 域
SPL-DDWT	帧	维纳滤波	DDWT 域
SPL-CT	帧	维纳滤波	CT 域
TV	帧	TV 正则项	TV 域
MV	帧	TV 正则项	TV 域和 DWT 域

表 2 重构复杂度对比

BCS 重构	每次迭代的计算量
SPL-DCT	fil + 2pro+2dct +3rank+ shr_dct
SPL-DWT	fil + 2pro+2dwt +4rank+ shr_dwt
SPL-DDWT	fil + 2pro+2ddwt +4rank + shr_ddwt
SPL-CT	fil + 2pro+2ct +4rank+ shr_ct
TV	osd + rank + shr_like_w + 2lam + 2beta
MV	osd + rank+ shr_like_w + shr_like_z + 3lam + 3beta

综上所述,可知 BCS-SPL-DCT、DWT、DDWT、CT 的重构质量级别分别是最差、中等、良好、良好,复杂度级别为较低、中等、高、中等。BCS-TV 重构性能良好,复杂度最低;BCS-MV 重构质量最好,复杂度居中,合理分配 BCS-MV 各正则项的权值可以在重构质量和速度间取得较好的平衡。此外,由于本文算法具有可计算的收敛性保证<sup>[14,17]</sup>,重构速度随测量率变化波动不大。

## 4 实验测试

为验证本文算法的性能,采用 Matlab 软件对 4 种 BCS-SPL (-DCT、-DWT、-DDWT、-CT) 和本文算法 (BCS-TV、BCS-MV) 进行仿真测试,以重

构前后图像的峰值信噪比 (PSNR) 和结构相似度 (SSIM) 反映重构质量, 以重构时间反映计算复杂度。测试素材取自 6 幅尺寸为  $256 \times 256$  的经典灰度图像 lena、goldhill、barbara、mandrill、peppers 和 bridge, 图像块的尺寸设为  $32 \times 32$  (即  $m=n=32$ ), 按列扫描。已知高斯矩阵与任意稀疏基线性无关<sup>[3,11]</sup>, 故以之为测量算子。为了公平起见, 小波和双树小波

变换均采用 4 层, 轮廓波按参考程序默认配置。实验平台是配置为 Intel(R) Core i5-2520M CPU, 主频 2.50 GHz, 内存 3.05 GB 的联想笔记本。

6 种块压缩感知重构算法的 PSNR、SSIM 和重构时间曲线如图 1~图 3 所示。

上述各图展示了几种块压缩感知重构算法在不同采样率下重构质量和时间代价的对比情况。可

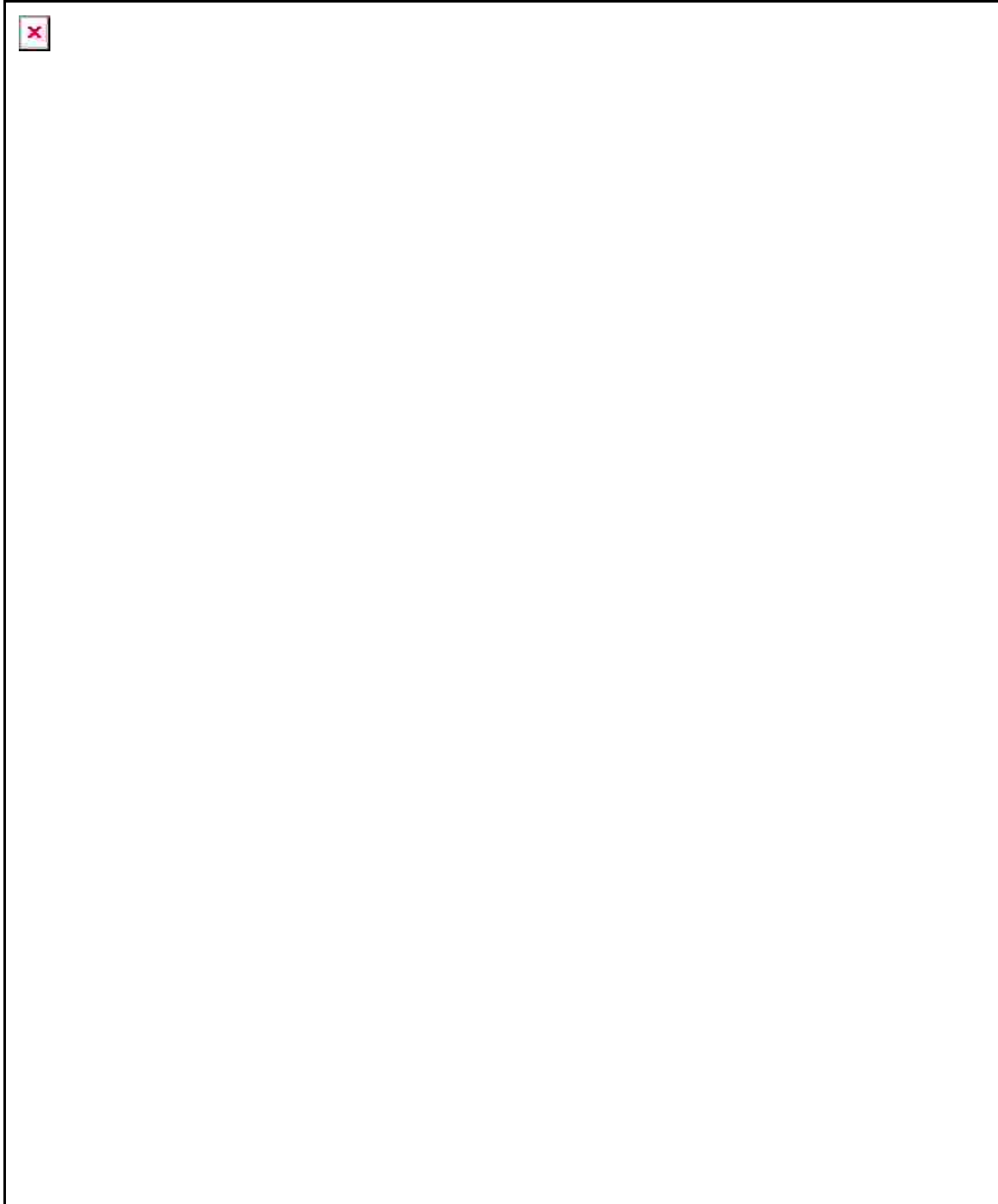


图 1 PSNR 性能对比

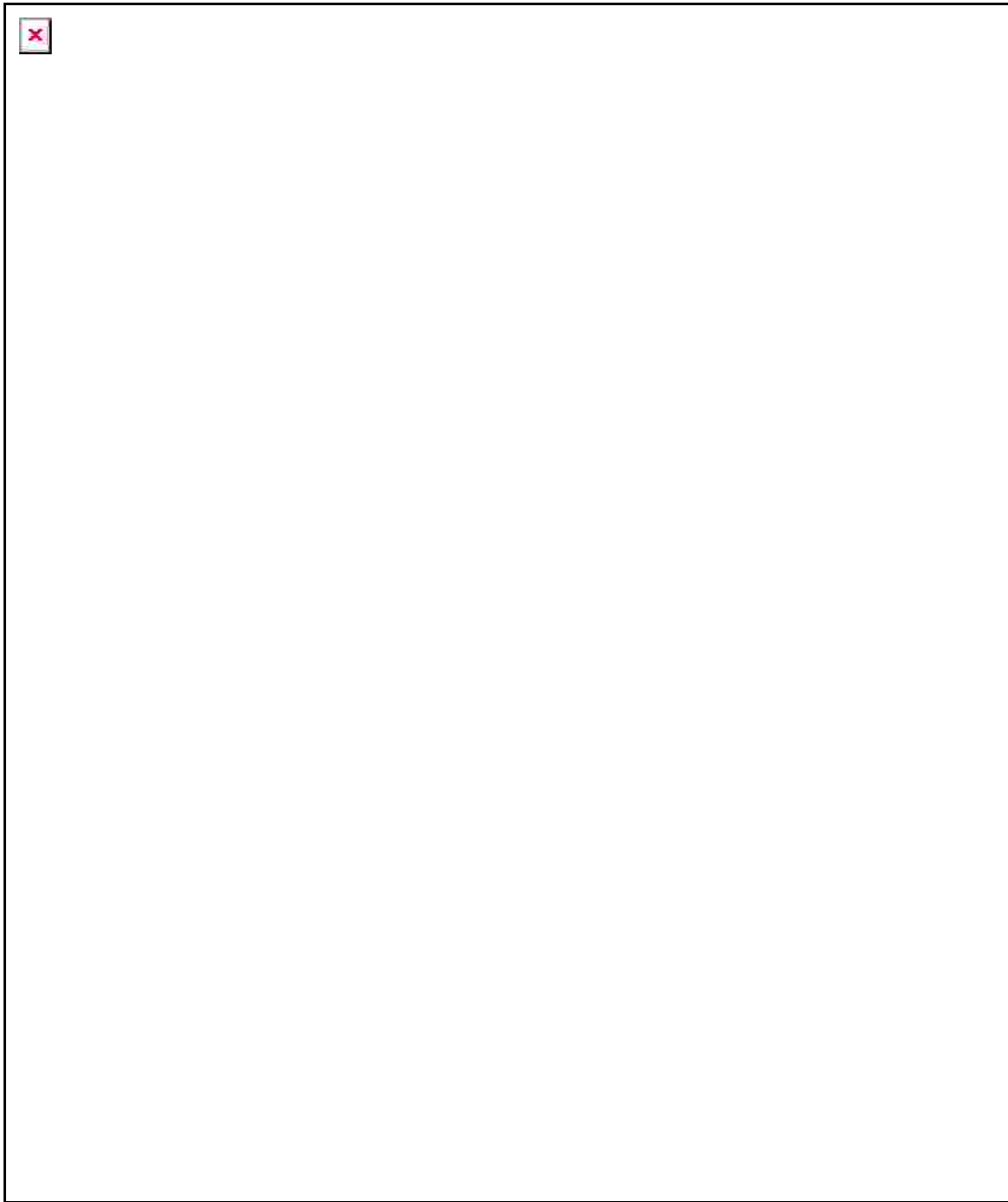


图 2 SSIM 性能对比

可以看出，BCS-SPL-DCT 的重构性能最差，BCS-SPL-DWT 优于-DCT，但仅对 barbara 做很高采样时才能取得最好的 *PSNR*。当测量率较小时，BCS-SPL-DDWT 重构获得的 *PSNR* 占一定优势，但是重构时间偏长。随着采样率的增大，BCS-SPL-CT 的重构速度优势进一步体现，当仅有 bridge 获得高于-DDWT 的 *PSNR*。而 BCS-TV 重构算法总能取得

较好的 *SSIM* 性能，随着采样率升高，*PSNR* 增长最快。尤其对于分段平滑的 lena、goldhill、peppers 和 bridge，BCS-TV 在各种采样率情况下都能取得很高的 *PSNR* 和 *SSIM*。BCS-MV 重构的 *PSNR* 和 *SSIM* 最高，即使对于纹理丰富的 barbara 和 mandrill 也能优于其他算法。本文算法与上述 BCS-SPL 相比，*PSNR* 约提高 1.5 dB，*SSIM* 约提

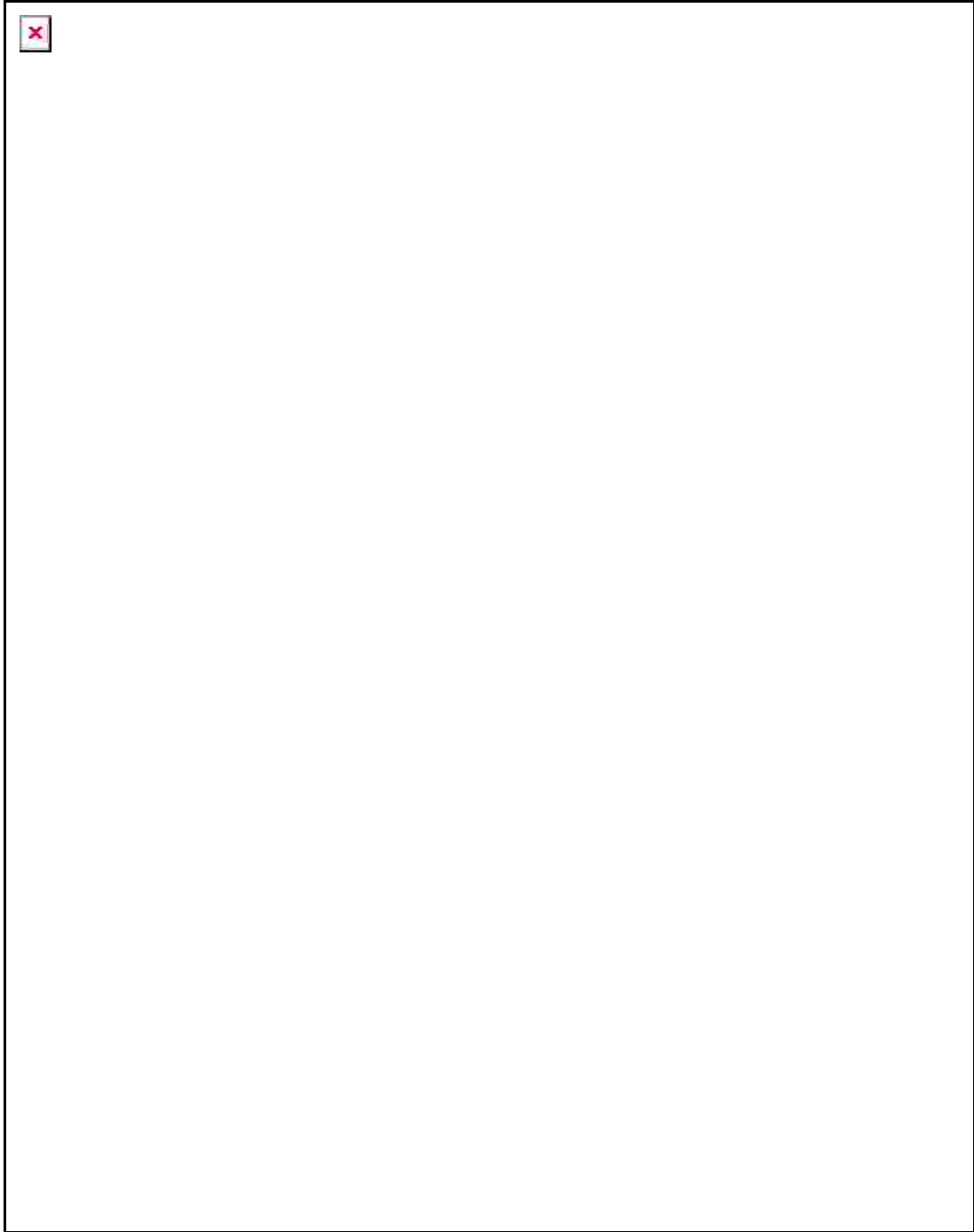


图 3 重构时间对比

高 0.05 dB。此外，前 4 种 BCS-SPL 算法的重构时间都随着采样率的变化产生较大的波动，而 BCS-TV 和 BC-MV 的重构时间相对稳定，BCS-TV 的运行速度最快，这对于实时处理和重构时间预计具有一定优势。

图 4 至图 9 展示了当测量率为 50% 时，不同测试图像采用 BCS-SPL-DDWT、BCS-SPL-CT、BCS-TV、

BCS-MV 4 种算法重构图像的主观质量对比。

从 6 组重构效果对比图可以看出，BCS-SPL-DDWT 和 BCS-SPL-CT 算法重构的层次感和对比度较好，但噪声颗粒稍大，舒适度不及本文算法。BCS-TV 算法重构的图像比较柔和，噪声小，主观上感觉清晰度和舒适度稍好。BCS-MV 重构的清晰度、层次感和舒适度均是最佳。



图 4 重构效果比较(测试图像为 lenna)



图 5 重构效果比较(测试图像为 goldhill)



图 6 重构效果比较(测试图像为 barbara)

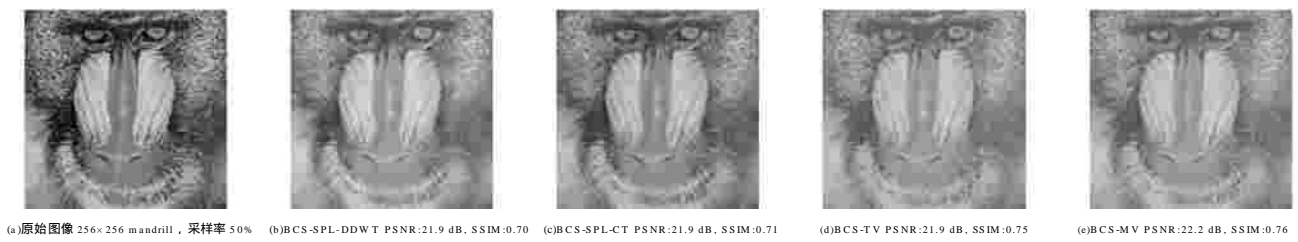


图 7 重构效果比较(测试图像为 mandrill)

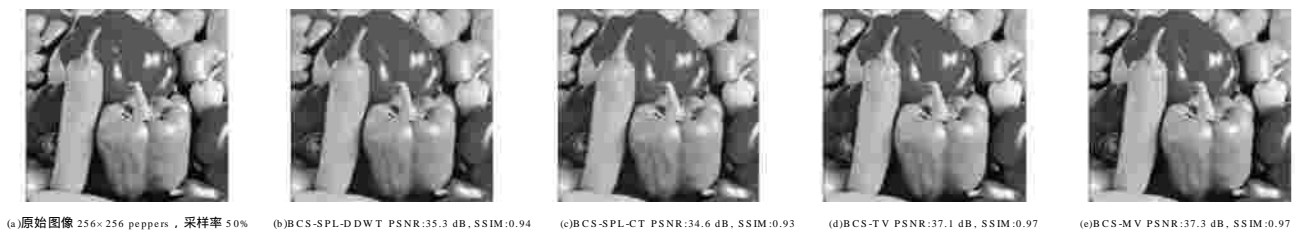


图 8 重构效果比较(测试图像为 peppers)

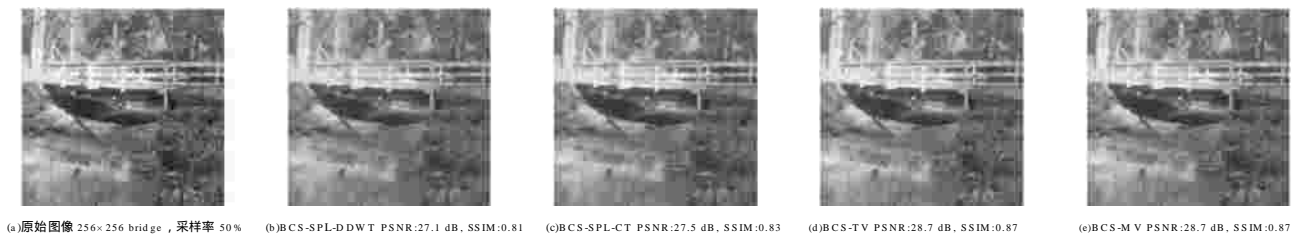


图 9 重构效果比较(测试图像为 bridge)

## 5 结束语

为了在低复杂度条件下提高现有块压缩感知重构算法的性能,本文提出了基于变分模型的块压缩感知算法 BCS-TV 和 BCS-MV。编码端首先将图像分解成若干不重叠块,接着按列扫描,然后分块测量得到若干测量值列矢量。解码端首先将接收到的测量值列矢量整合成矩阵,以图像正则项的稀疏性为先验知识,以最小化增广拉格朗日函数为目标,采用变型的交替方向乘子法依次求解子问题,重构出图像块的列矢量空间,最后经过反扫描并组合成图像。其创新点在于:以少量的运算代价将全变分模型应用到块压缩感知重构框架中,并将其扩展为可容纳多个正则项的具有通用性的混合变分模型。对照现有块压缩感知重构算法,仿真结果表明,BCS-TV 能取得较好的 SSIM 和最快的重构速度,BCS-MV 的 SSIM 和 PSNR 均达最佳,而且它们还具有重构时间随测量率变化波动不大的优点,特别适合具有稳定传输时延的图像和视频等多媒体数据的处理场合。鉴于 BCS-MV 算法具有灵活的可扩展性,下一步计划将其用于视频压缩感知中,有望提高现有基于块的视频压缩感知的总体性能。

## 参考文献:

- [1] CANDES E, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [2] DONOHO D. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [3] ELDAR Y C, KUTYNIOK G. Compressed Sensing: Theory and Applications[M]. USA:Cambridge University Press, 2012.
- [4] LU G. Block compressed sensing of natural images[C]//The 15th International Conference on Digital Signal Processing, Cardiff, c2007: 403-406.
- [5] THONG T D, TRAC D T, LU G. Fast compressive sampling with structurally random matrices[C]//The 2008 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing(ICASSP). Las Vegas, USA, c2008: 3369-3372.
- [6] MUN S, FOWLER J. E. Block compressed sensing of images using directional transforms[C]//Data Compression Conference(DCC). Snowbird, Utah, c2010: 547.
- [7] FOWLER J E, MUN S, TRAMEL E W. Block-based compressed sensing of images and video[J]. Foundations and Trends in Signal Processing, 2012(4): 297-416.
- [8] THONG T D, LU G, NAM H N, et al. Fast and efficient compressive sensing using structurally random matrices[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(1): 139-154.
- [9] ARMIN E, HAN L Y, CHRISTOPHER J R, et al. The restricted isometry property for random block diagonal matrices[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2015, 38(1): 1-31.
- [10] VAN T C, DINH K Q, JEON B. Edge-preserving block compressive sensing with projected landweber[C]//The 20th International Conference on Systems, Signals and Image Processing (IWSSIP). Bucharest, Romania, c2013: 71-74.
- [11] FOUCART S, RAUHUT H. A Mathematical Introduction To Compressive Sensing[M]. Springer New York Press, USA.2013.
- [12] LI C B. An Efficient Algorithm For Total Variation Regularization With Applications To The Single Pixel Camera And Compressive Sensing[D]. Rice University, 2009.
- [13] LI C B. Compressive Sensing For 3d Data Processing Tasks: Applications, Models And Algorithms[D]. Rice University, 2011.
- [14] HE B S, TAO M, YUAN X M. A splitting method for separable convex programming[J]. IMA Journal of Numerical Analysis, 2014, (1): 1-33.
- [15] HE B S, LIAO L Z, WANG X. Proximal-like contraction methods for monotone variational inequalities in a unified framework I: Effective quadruplet and primary methods[J]. Computation Optimization Application, 2012, (51): 649- 679.
- [16] HE B S, LIAO L Z, WANG X. Proximal-like contraction methods for monotone variational inequalities in a unified framework II: General methods and numerical experiments[J]. Computation Optimization Application, 2012, (51): 681-708.
- [17] GU G Y, HE B S, YUAN X M. Customized proximal point algorithms for linearly constrained convex minimization a saddle-point problems: a unified approach[J]. Computation Optimization Application, 2014, (59): 135- 161.

## 作者简介:



陈建(1981-),女,福建福州人,福州大学讲师,主要研究方向为视频编解码、压缩感知。



苏凯雄(1959-),男,福建罗源人,福州大学教授、博士生导师,主要研究方向为多媒体通信、数字电视广播。

杨秀芝(1963-),女,山西灵石人,福州大学教授、硕士生导师,主要研究方向为图像处理、数字电视技术。

郑明魁(1976-),男,福建闽侯人,福州大学副教授,主要研究方向为多媒体视频编码。

林丽群(1980-),女,福建莆田人,福州大学讲师、博士生,主要研究方向为图像处理。